**Дисциплина «Информатика»**

**Рабочая тетрадь № 4**

|  |
| --- |
| Высказывание – это некоторое утверждение, которое может быть истинным или ложным.  Если высказывание A истинно, то мы будем писать A = 1, если A ложно, то пишем A = 0.  Математическая логика не занимается вопросами истинности или ложности конкретных высказываний! Для нас высказывания X, Y, Z – это просто переменные, которые могут принимать значения 0 или 1.  Операции с переменными, принимающими значения 0 и 1, называются булевой алгеброй. |

|  |  |
| --- | --- |
| **1.Теоретический материал** | |
| Пусть A и B – высказывания. С этими высказываниями можно выполнять следующие основные логические операции:   * отрицание «НЕ»: ¬A * конъюнкция «И»: A&B * дизъюнкция «ИЛИ»: A˅B * импликация «следует»: A → B * эквивалентность: A ~ B.   Элементарные логические операции   |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  |  |  | | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |   Приоритет выполнения операций:  Сначала выполняются действия в скобках. Затем выполняется операция отрицания (), далее – конъюнкция (), дизъюнкция (), импликация () и в последнюю очередь – эквивалентность (). Однотипные операции выполняются в порядке следования.  Таблица истинности – это перебор всех возможных различных вариантов переменных и указания значения формулы | |
| **2. Пример** | |
| ***Задача:*** | |
|  | Составить таблицу истинности для выражения  *BAB* |
| ***Решение:*** | |
|  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | A | B |  | *BA* | (*BA)* | (*BAB* | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | |
| ***Ответ:*** | |
|  |  |
| ***Задача:*** | |
|  | Для какого из приведенных далее вариантов символьных выражений неверно следующее высказывание:  (Первая буква гласная) → ¬(Третья буква согласная)?  1) abedc; 3) babas; 2) becde; 4) abcab. |
| ***Решение:*** | |
|  | Выражение представляет собой импликацию. Как известно, эта логическая функция является ложной тогда и только тогда, когда из истинной посылки (левая часть) следует ложный вывод (правая часть). Условию истинности для левой части удовлетворяет только первый и четвертый варианты. Правая часть представляет собой отрицание высказывания — третья буква согласная (т. е. фактическое высказывание — третья буква гласная). Условию ложности для правой части удовлетворяют второй, третий и четвертый варианты. Таким образом, правильный вариант 4 |
| ***Ответ:*** | |
|  | 4 |
| ***Задача:*** | |
|  | Укажите, какое логическое выражение равносильно следующему выражению: A ∨¬(¬B ∧¬C)?  1) ¬A∨¬B∨¬C; 2) A ∧¬(B ∧ C); 3) A∨¬B∨¬C; 4) A ∨ B ∨ C. |
| ***Решение:*** | |
|  | Используя закон де Моргана, запишем:  A ∨¬(¬B ∧¬C) = A ∨ (¬¬B ∨¬¬C).  Далее используем закон двойного отрицания:  A ∨ (¬¬B ∨¬¬C) = A ∨ B ∨ C.  Таким образом, верный ответ располагается под номером 4. |
| ***Ответ:*** | |
|  | 4 |
| ***Задача:*** | |
|  | Символом F обозначено одно из указанных далее логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | X | Y | Z | F | | 1 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 |   Какое из перечисленных далее выражений соответствует F?  1) ¬X ∧¬Y ∧ Z; 2) X ∨¬Y ∨¬Z; 3) ¬X ∧¬Y ∧ Z; 4) ¬X ∨¬Y ∨ Z. |
| ***Решение:*** | |
|  | Подставим представленные (только представленные) значения аргументов X, Y, Z из табл. 3.15 во все предложенные варианты логических выражений.  В результате для первого выражения получаем следующие значения:  ¬1 ∧¬0 ∧ 0 = 0 ∧ 1 ∧ 0 = 0;  ¬0 ∧¬0 ∧ 1 = 1 ∧ 1 ∧ 1 = 1;  ¬0 ∧¬1 ∧ 0 = 1 ∧ 0 ∧ 0 = 0.  Для второго выражения результат получается следующий:  1 ∧ 0 ∧¬0 = 1 ∧ 0 ∧ 1 = 0;  0 ∧ 0 ∧¬1 = 0 ∧ 0 ∧ 0 = 0;  0 ∧ 1 ∧¬0 = 0 ∧ 1 ∧ 0 = 0.  Вычисление третьего выражения дает результат:  1 ∨¬0 ∨¬0 = 1 ∨ 1 ∨ 1 = 1;  0 ∨¬0 ∨¬1 = 0 ∨ 1 ∨ 0 = 1;  0 ∨¬1 ∨¬0 = 0 ∨ 0 ∨ 1 = 1.  И, наконец, четвертое выражение приводит к следующим значениям:  ¬1 ∨¬0 ∨ 0 = 0 ∨ 1 ∨ 0 = 1;  ¬0 ∨¬0 ∨ 1 = 1 ∨ 1 ∨ 1 = 1;  ¬0 ∨¬1 ∨ 0 = 1 ∨ 0 ∨ 0 = 0.  Сопоставив получим, что подходит только первый вариант. |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1 |
| ***Задача:*** | |
|  | Каково наименьшее целое положительное число x, при котором высказывание (4 > –(4 + x) x) → (30 > x ⋅ x) будетложным? |
| ***Решение:*** | |
|  | Результат импликации является ложным только в том случае, если левая часть высказывания истинна, а правая — ложна.  Рассмотрим выражение 4 > –(4 + x) x.После несложных преобразований можно записать x2 + 4x + 4 > 0 или (x + 2)2> 0. В соответствии с условиями задачи рассматриваем только целые положительные числа. Таким образом, левая часть импликации истинна всегда. Выражение (30 > x ⋅ x) будетложнымдлявсех x, которые больше 5. Это следует из того, что 30 > 52 , но 30 < 62 . Поэтомунаименьшее целое положительное число x, при котором высказывание будет ложным, равно 6. |
| ***Ответ:*** | |
|  | 6 |
| ***Задача:*** | |
|  | Перед началом Турнира Четырех каждый из трех болельщиков высказал следующие предположения по поводу своих кумиров:   * Макс победит, Билл — второй; * Билл — третий, Ник — первый; * Макс — последний, а первый — Джон.   Когда соревнования закончились, то оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на турнире заняли Джон, Ник, Билл, Макс? В ответе перечислите подряд без пробелов места участников в указанном порядке имен. |
| ***Решение:*** | |
|  | Обозначим буквами высказывания каждого из болельщиков.  Первый болельщик: A — Макс победит; B — Билл второй.  Второй болельщик: C — Билл третий; D — Ник первый.  Третий болельщик: E — Макс последний; F — Джон первый.  Из условий задачи следует, что не могут быть истинными одновременно B и C; A и E; A и D; A и F; D и F.  Так как известно, что в каждом из прогнозов одно высказывание истинно, а другое ложно, то получаем (знак конъюнкции для удобства опускаем):   * A¬B ∨¬AB = 1; * C¬D ∨¬CD = 1; * E¬F ∨¬EF = 1.   Все три условия должны выполняться одновременно. Поэтому можно записать единое логическое выражение:  (A¬B ∨¬AB)(C¬D ∨¬CD)(E¬F ∨¬EF) = 1.  Раскроемпервыескобки:  (A¬BC¬D ∨¬ABC¬D ∨ A¬B¬CD ∨¬AB¬CD)(E¬F ∨¬EF) = 1.  Также раскроем последние скобки и используем логические законы, рассмотренные ранее:  A¬BC¬DE¬F ∨¬ABC¬DE¬F ∨ A¬B¬CDE¬F ∨  ∨¬AB¬CDE¬F ∨ A¬BC¬D¬EF ∨¬ABC¬D¬EF ∨  ∨A¬B¬CD¬EF ∨¬AB¬CD¬EF = 1.  Учитывая, что BC = 0, AE = 0, AD = 0, AF = 0, DF = 0, получаем следующее соотношение:  ¬AB¬CDE¬F = 1.  Данная конъюнкция равна единице, только если все сомножители равны единице, поэтому:  A = 0; B = 1; C = 0; D = 1; E = 1; F = 0.  Вспоминая высказывания каждого из болельщиков, получаем, что Билл — второй, Ник — первый, Макс — последний, т. е. четвертый. Таким образом, Джон на третьем месте. В результате можно сказать, что правильный ответ — 3124. |
| ***Ответ:*** | |
|  | 3124 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3. Задания** | | |
| 1. | ***Задача:*** | |
|  | Составить таблицу истинности для выражений  1) *A*v*BA*~*B*  2) v(⊕B (⊕ –исключающее ИЛИ, сумма по модулю 2)  3) AvBC |
| ***Решение:*** | |
|  | 1)   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | *A* | *B* | *A*v*B* | *(A*v*B)A* | *((A*v*B)A)*~*B* | | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |   2)   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | A | B |  | ( |  | v( | v(⊕B | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |   3)   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | A | B | C | AvB | (AvBC | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| ***Ответ:*** | |
|  |  |
| 2. | ***Задача:*** | |
|  | Укажите, для какого слова истинно следующее логическое выражение:  (Первая буква гласная ∨ Пятая буква согласная) →Вторая буква гласная?  1) арбуз; 3) кресло; 2) ответ; 4) привет. |
| ***Решение:*** | |
|  | (Первая буква гласная ∨ Пятая буква согласная) →Вторая буква гласная =  ¬Первая буква гласная & ¬ Пятая буква согласная ∨ Вторая буква гласная |
| ***Ответ:*** | |
|  | привет |
| 3. | ***Задача:*** | |
|  | Укажите, какое логическое выражение равносильно следующему выражению:  ¬ (¬A ∧ B) ∨¬C?  1) ¬A ∨ B ∨¬C; 3) A ∨¬B ∨¬C; 2) ¬A ∨¬B ∨¬C; 4) A ∨ B ∨¬C. |
| ***Решение:*** | |
|  | A ∨¬B ∨¬C |
| ***Ответ:*** | |
|  | 3)A ∨¬B ∨¬C |
| 4. | ***Задача:*** | |
|  | Символом F обозначено одно из указанных далее логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | X | Y | Z | F | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 |   Какое выражение из перечисленных выражений соответствует F?  1) X ∧ Y ∧ Z; 2) X ∧ Y ∨ Z; 3) ¬X ∨ Y ∨¬Z; 4) X ∨ Y ∧¬Z. |
| ***Решение:*** | |
|  | X ∨ Y ∧¬Z |
| ***Ответ:*** | |
|  | X ∨ Y ∧¬Z |
| 5. | ***Задача:*** | |
|  | Каково наибольшее целое положительное число x, при котором высказывание ((x + 6) ⋅ x + 9 > 0) → (x ⋅ x > 20) будет ложным? |
| ***Решение:*** | |
|  | ((x + 6) ⋅ x + 9 <= 0) ∨ (x ⋅ x > 20)=0 |
| ***Ответ:*** | |
|  | 4 |
| 5. | ***Задача:*** | |
|  | Укажите значения переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение (¬(M ∨ L) ∧ K) → ((¬K ∧¬M) ∨ N) ложно. |
| ***Решение:*** | |
|  | (¬(M ∨ L) ∧ K) → ((¬K ∧¬M) ∨ N)=  M+L+¬K+¬K\*¬M+N = M+L+¬K(1+¬M)+N= M+L+¬K+N=0  M=L=N=0, K=1 |
| ***Ответ:*** | |
|  | M=L=N=0, K=1 |
| 6. | ***Задача:*** | |
|  | В олимпиаде по биологии участвовало пять девушек: Алла, Нина, Вика, Рита, Соня. Об итогах олимпиады имеется пять высказываний: 1. Первое место заняла Алла, а Рита оказалась третьей.  2. Пятой была Вика, а вот Нина поднялась на первое место.  3. Нет, первое место заняла Соня, а Вика была второй.  4. Рита на последнем, пятом месте, а Нина была предпоследней.  5. Да, Нина была действительно четвертой, а первой — Алла.  Известно, что в каждом высказывании одно утверждение правильное, а другое — нет. Необходимо определить, кто занял первое место, и на каком месте была Алла? Ответ следует записать в виде первой буквы имени победительницы, и, через запятую, места, занятого Аллой. |
| ***Решение:*** | |
|  | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | Алла | Нина | Вика | Рита | Соня | | 1 место | – | - | - | - | + | | 2 место | + | - | - | - | - | | 3 место | - | - | - | + | - | | 4 место | - | + | - | - | - | | 5 место | - | - | + | - | - | |
| ***Ответ:*** | |
|  | С2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тест** | | |
| **1.** | ***Задание:*** | |
|  | Таблица, содержащая все возможные значения логического выражения, называется: |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1) таблица ложности; 2) таблица истинности;  3) таблица значений; 4) таблица ответов. |
| **2.** | ***Задание:*** | |
|  | Значение логического выражения ¬(А٧В) по закону Моргана равно: |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1) ¬А&¬В; 2) ¬А&В; 3) А&¬В; 4) ¬А٧¬В. |
| **3.** | ***Задание:*** | |
|  | Для какого из перечисленных далее имен истинно следующее высказывание:  ¬ (Первая буква согласная → Третья буква гласная)? |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1) Ирина; 2) Сергей; 3) Григорий; 4) Ольга. |
| **4.** | ***Задание:*** | |
|  | Укажите, какое логическое выражение равносильно следующему выражению:  ¬A ∨¬(B ∧ C)? |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1) ¬A ∨¬B ∨¬C; 2) ¬A ∧ B ∧ C; 3) A ∧¬B ∧ C; 4) (¬A ∨ B) ∧ C. |
| **5.** | ***Задание:*** | |
|  | Символом F обозначено одно из указанных далее логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | X | Y | Z | F | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 |   Какое из перечисленных далее выражений соответствует F? |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1) ¬X ∨¬Y ∨¬Z; 2) X ∧ Y ∧ Z; 3) X ∧¬Y ∧¬Z; 4) X ∨ Y ∨ Z. |
| **6.** | ***Задание:*** | |
|  | Для какого из значений числа x высказывание (x > 2)∨(x > 5)→(x < 3) будет истинным. |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1) 5; 2) 3; 3) 4; 4) 2. |
| **7.** | ***Задание:*** | |
|  | Для какого из указанных значений x истинно высказывание  ¬((x > 2) → (x > 3)) |
| ***Ответ:*** | |
|  | 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4. |
| **8.** | ***Задание:*** | |
|  | Сколько различных решений имеет уравнение  J ∧¬K ∧ L ∧¬M ∧ (N ∨¬N) = 0,  где J, K, L, M, N — логические переменные?  В ответе вам нужно указать только количество таких наборов. |
| ***Ответ:*** | |
|  | 30 |
| **9.** | ***Задание:*** | |
|  | Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание (100 < X ⋅ X) → (100 > (X + 1)(X + 1))? |
| ***Ответ:*** | |
|  | 10 |
| **10.** | ***Задание:*** | |
|  | Четыре подруги — Аня, Маша, Настя и Вика пришли в магазин. Продавец сказал, что осталось только четыре платья: красное, розовое, оранжевое и синее. Каждая из подруг купила по платью. Имеется три утверждения:   * красное платье купила Аня, а розовое — Маша; * Аня взяла розовое платье, а Вика купила оранжевое; * Настя забрала розовое, а Вика — синее платье.   Кто купил синее платье, и какое платье выбрала Вика, если известно, что половина каждого утверждения истинна, а половина ложна?  Ответ необходимо записать в виде первой буквы имени девушки, взявшей синее платье, и, через запятую, первой буквы цвета платья Вики. |
| ***Ответ:*** | |
|  | **МО** |

|  |  |
| --- | --- |
| №  задания | Ответы |
| 1 | **2** |
| 2 | **1** |
| 3 | **2** |
| 4 | **1** |
| 5 | **4** |
| 6 | **4** |
| 7 | **3** |
| 8 | **30** |
| 9 | **10** |
| 10 | **МО** |

**Реализация задач на языке программирования Python**

|  |
| --- |
| **1. Теоретический материал** |
| Язык Python поддерживает работу с двоичными разрядами (битами) целочисленных величин, где каждый бит числа рассматривается в отдельности. Для обеспечения этого в Python используются так называемые битовые или поразрядные операторы, которые реализуют общеизвестные битовые операции.  В битовых операторах (операциях) каждый операнд рассматривается как последовательность двоичных разрядов (бит), которые принимают значение 0 или 1 (двоичная система исчисления). Над этими разрядами можно выполнять известные операции (логическое «И», логическое «ИЛИ» и т.д.)  Перечень битовых операторов языка Python в порядке убывания приоритета следующий:   * **~** – битовый оператор НЕТ (инверсия, наивысший приоритет); * **<<**, **>>** – операторы сдвига влево или сдвига вправо на заданное количество бит; * **&** – битовый оператор И (AND); * **^** – битовое исключающее ИЛИ (XOR); * **|** – битовый оператор ИЛИ (OR).   В битовом операторе (операции) ~ инверсия значение любого бита числа изменяется на противоположное. Положительное число становится отрицательным со смещением -1, отрицательное число становится положительным со смещением на -1.  Операторы сдвига влево **<<** и сдвига вправо **>>** сдвигают каждый бит на одну или несколько позиций влево или вправо.  Python. Работа операций сдвига влево << и сдвига вправо >>  Битовый оператор И (AND) есть бинарным и выполняет побитовое «И» для каждой пары битов операндов, которые размещаются слева и справа от знака оператора &.  Python. Битовый оператор & "И"  Битовый оператор исключительное ИЛИ обозначается символом **^** и выполняет операцию сложения по модулю 2 для любого бита операндов.  Python. Битовый оператор "исключающее ИЛИ" (XOR)  Битовый оператор ИЛИ (OR) символом **|**. Оператор реализует побитовое логическое сложение.  Python. Битовый оператор ИЛИ |

|  |  |
| --- | --- |
| **2. Пример** | |
| ***Задача:*** | |
|  | Дано число **x = 37, y = 58**.  Найти **~x, x>>3, x<<2, x&y, x^y, x|y** |
| ***Решение (код программы):*** | |
|  | x, y = 37, 58  #x в десятичной и двоичной системе  print('x = ', x, ' x\_bin = ', bin(x))  #y в десятичной и двоичной системе  print('y = ', y, ' y\_bin = ', bin(y))  #~x в десятичной и двоичной системе  a = ~x  print('~x =', a, ' ~x\_bin = ', bin(a))  #x>>3 в десятичной и двоичной системе  b = x >> 3  print('x>>3 =', b, ' (x>>3)\_bin = ', bin(b))  #x<<2 в десятичной и двоичной системе  c = x << 2  print('x<<2 =', c, ' (x<<2)\_bin = ', bin(c))  #x&y в десятичной и двоичной системе  d = x & y  print('x&y =', d, ' (x&y)\_bin = ', bin(d))  #x^y в десятичной и двоичной системе  e = x ^ y  print('x^y =', e, ' (x^y)\_bin = ', bin(e))  #x|y в десятичной и двоичной системе  f = x | y  print('x|y =', f, ' (x|y)\_bin = ', bin(f)) |
| ***Задача:*** | |
|  | Вытянуть из числа 4,5,6 биты и определить их целочисленное значение. |
| ***Решение (код программы):*** | |
|  | number = int(input('Input number: '))  # фильтр на 4,5,6 биты  number&= 0b1110000  # сдвинуть на 4 разряда вправо  number >>= 4  print('number = ', number) |
| ***Задача:*** | |
|  | Умножить значения двух чисел. В первом числе взять биты, которые размещенные в позициях 0-5. Во втором числе взять биты, которые размещены в позициях 0-7. |
| ***Решение (код программы):*** | |
|  | x = int(input('x = '))  y = int(input('y = '))  # фильтр на 0-5 биты  x &= 0b11111  # фильтр на 0-7 биты  y &= 0b1111111  # умножить  z = x\*y  print('x = ', x)  print('y = ', y)  print('z = ', z) |

|  |  |
| --- | --- |
| **3. Задания** | |
| ***Задача:*** | |
|  | Даны два различных числа *k* и *n*. Выведите значение 2*k* + 2*n*, используя только битовые операции. |
| ***Решение(код программы):*** | |
|  | k,n=int(input())  print((1<<k)+(1<<n)) |
| ***Задача:*** | |
|  | Ввести число *n> 0* с клавиатуры. Если число *n* является точной степенью двойки, вывести “YES”, в противном случае “NO”. |
| ***Решение(код программы):*** | |
|  | n = int(input())  i = 1  while i< n:  i = i \* 2  if i == n:  print("YES")  else:  print("NO") |
| ***Задача:*** | |
|  | Даны целые числа *a* и *k*. Выведите число, которое получается из *а* установкой значения *k*-го бита в 1. |
| ***Решение(код программы):*** | |
|  | k,a=int(input())  print(a |2\*\*k)) |
| ***Задача\*:*** | |
|  | Дано целые числа *n*и *k*. Обнулите в числе *n*его последние *k*бит и выведите результат. Рекомендуется сделать эту задачу без использования циклов. |
| ***Решение(код программы):*** | |
|  | n=int(input('Введите числа n и k ----->'))  k=int(input())  n >>= k  n <<=k  print(n) |